

ĆWICZENIE 40

BADANIE WSPÓLCZYNNIKA ZAŁAMANIA.

Podstawowe prawa optyki geometrycznej dadzą się wyprowadzić z zasady ogólnej zwanej zasadą Fermata.

Promień biegnący między dwoma punktami wybiera drogę ekstremalną najmniejszą lub największą. Matematycznie możemy to zapisać wzorem:

$$\delta L = 0, \quad (1)$$

gdzie: L - jest drogą optyczną definiowaną jako iloczyn drogi geometrycznej (S) i współczynnika załamania (n). ($L = S \cdot n$). Jest to równoważne warunkowi

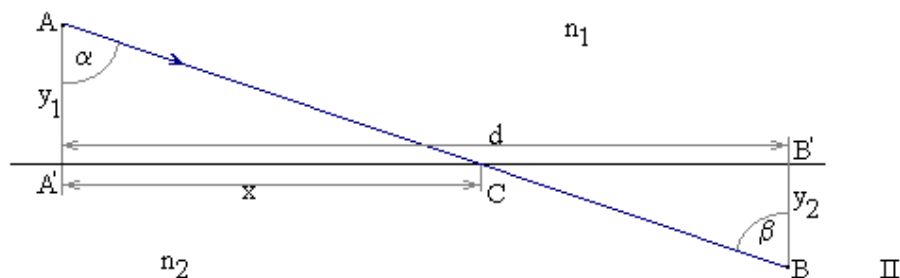
$$\delta t = 0, \quad (2)$$

gdzie; t - jest czasem niezbędnym do pokonania przez promień świetlny odległości między rozważanymi punktami. Warunek powyższy mówi, że czas zużyty na pokonanie drogi łączącej dwa wyróżnione punkty jest ekstremalny.

Niech światło wybiega z punktu A w ośrodku I i wchodzi do punktu B w ośrodku II.

Niech światło wybiega z punktu A w ośrodku I i wchodzi do punktu B w ośrodku II.

I



Rys.1

Odległość między rzutami punktów A i B na granicę ośrodków $|A'B'| = d$.

Odległość punktu C od A' oznaczmy przez x oraz odpowiednio odcinki $AA' = y_1$ i $BB' = y_2$.

Droga optyczna

$$L_{AB} = n_1 \sqrt{y_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{y_2^2 + (d-x)^2}, \quad (3)$$

gdzie: n_1, n_2 - bezwzględne współczynniki załamania I i II ośrodka.

Ponieważ droga L zależy od x , to warunek (1) możemy zapisać jako:

$$\frac{dL_{AB}}{dx} = 0. \quad (4)$$

Po podstawieniu do wzoru (4) wyrażenia (3) i wykonaniu różniczkowania otrzymamy:

$$n_1 \frac{x}{\sqrt{y_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{d-x}{\sqrt{y_2^2 + (d-x)^2}} = 0. \quad (5)$$

Ponieważ

$$\frac{x}{\sqrt{y_1^2 + x^2}} = \sin \alpha, \quad \text{a} \quad \frac{d-x}{\sqrt{y_2^2 + (d-x)^2}} = \sin \beta,$$

to wyrażenie (5) da się zapisać w postaci

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta,$$

lub

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}. \quad (6)$$

Związek ten znany jest jako prawo załamania Snelliusa. Korzystając z warunku (2) możemy zapisać:

$$\frac{dt}{dx} = 0, \quad \text{gdzie: } t = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{y_2^2 + (d-x)^2}}{V_2},$$

gdzie: $V_1 = \frac{C}{n_1}$ jest prędkością światła w środowisku I, a $V_2 = \frac{C}{n_2}$ w II.

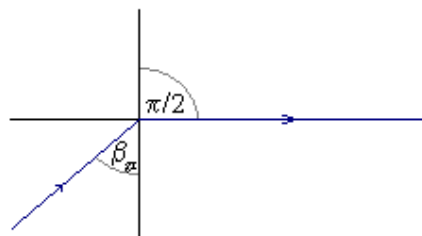
Po wykonaniu działań otrzymujemy:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} = n_{21}. \quad (7)$$

Jest to inna postać prawa załamania.

Światło wychodząc z ośrodka optycznie gęstszego do ośrodka rzadszego przy pewnym kącie granicznym pozostaje wewnątrz ośrodka gęstszego. Znane jest to jako zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Z (6) mamy:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad \text{lub} \quad \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{n}.$$

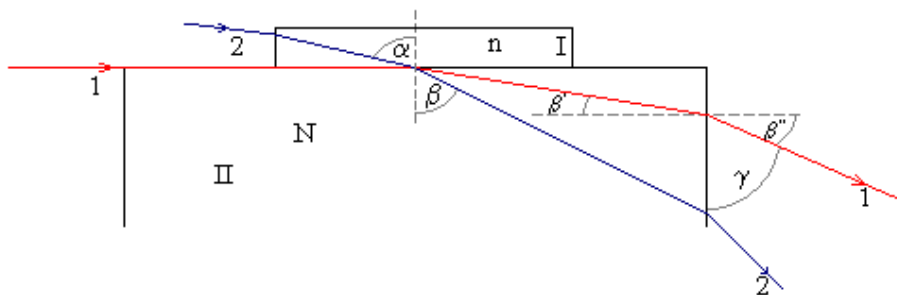


Rys. 2

W przypadku gdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$, β przyjmuje wartość graniczną β_{gr} , przy czym

$$\sin \beta_{gr} = \frac{1}{n}. \quad (8)$$

Rozważmy układ taki jak na rysunku 3.



Rys.3

Współczynnik załamania środowiska I wynosi n , a II N . Prawo załamania dla promienia 2 zapisujemy w postaci

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{N} .$$

Dla promienia granicznego 1 równanie to przyjmie postać :

$$\frac{1}{\sin \beta_{gr}} = \frac{n}{N} . \quad (8')$$

Na wyjściu ze środowiska II prawo załamania przyjmuje postać :

$$\frac{\sin \beta''}{\sin \beta'} = N , \quad (9)$$

przy założeniu, że współczynnik załamania powietrza jest równy 1, ale

$$\beta'' = \frac{\pi}{2} - \gamma , \quad \text{a} \quad \beta' = \frac{\pi}{2} - \beta_{gr} ,$$

zatem (9) da się zapisać jako

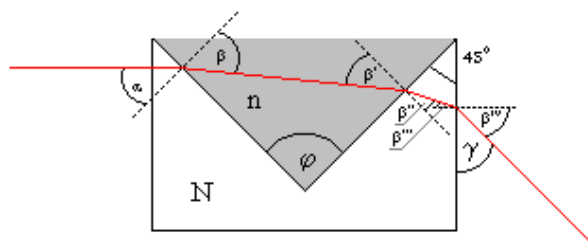
$$\frac{\cos \gamma}{\cos \beta_{gr}} = N ,$$

stąd $\cos \gamma = N \cos \beta_{gr} = N \sqrt{1 - \sin^2 \beta_{gr}}$ lub $\cos \gamma = \sqrt{N^2 - n^2}$.

Znając współczynnik załamania N i mierząc kąt γ możemy obliczyć poszukiwany współczynnik załamania z zależności

$$n = \sqrt{N^2 - \cos^2 \gamma} . \quad (10)$$

Rozważmy teraz układ składający się z pryzmatu wypełnionego cieczą (patrz rysunek 4).



Rys.4

Korzystając z prawa Snelliusa mamy

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{N}{n} \quad \text{i} \quad \frac{\sin \beta'}{\sin \beta''} = \frac{N}{n}, \quad (11)$$

oraz

$$\frac{\sin \beta''}{\sin \beta'''} = N,$$

ale

$$\beta'' = \frac{\pi}{2} - \gamma, \quad \beta''' = \frac{\pi}{4} - \beta'', \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \beta + \beta' = \frac{\pi}{2}. \quad (12)$$

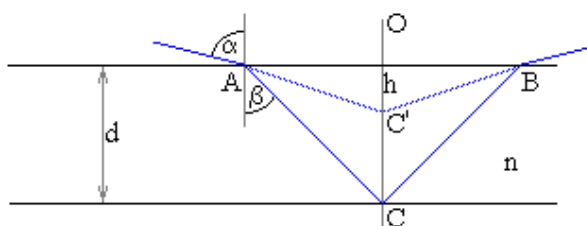
Rozwiązując układ równań (11) oraz uwzględniając związki między kątami (12) otrzymujemy

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{1,5N^2 - n^2} - \sqrt{n^2 - 0,5N^2} \right]. \quad (13)$$

Wyznaczając stąd n , otrzymamy

$$n = \sqrt{N^2 - \cos \gamma \sqrt{N^2 - \cos^2 \gamma}}. \quad (14)$$

Znając współczynnik załamania N oraz mierząc kąt γ obliczymy z (14) poszukiwaną wartość współczynnika n .



Rys 5.

Niech wiązka promieni świetlnych wybiega z punktu C i przechodzi przez płytkę płasko-równoległościenną o grubości d i wychodzi z niej w punktach A i B ulegając załamaniu zgodnie z prawem Snelliusa

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Przedłużenie promieni świetlnych wychodzących z płytki przecina się w punkcie C' dając obraz pozorny punktu C . Odcinek OC' odpowiada grubości pozornej płytki. Łatwo zauważyć, że

$$\begin{aligned} OA &= h \cdot \operatorname{tg} \alpha, \\ OA &= d \cdot \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (15)$$

Dzieląc stronami równania (15) otrzymujemy

$$1 = \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{d \operatorname{tg} \beta}.$$

Po przekształceniu

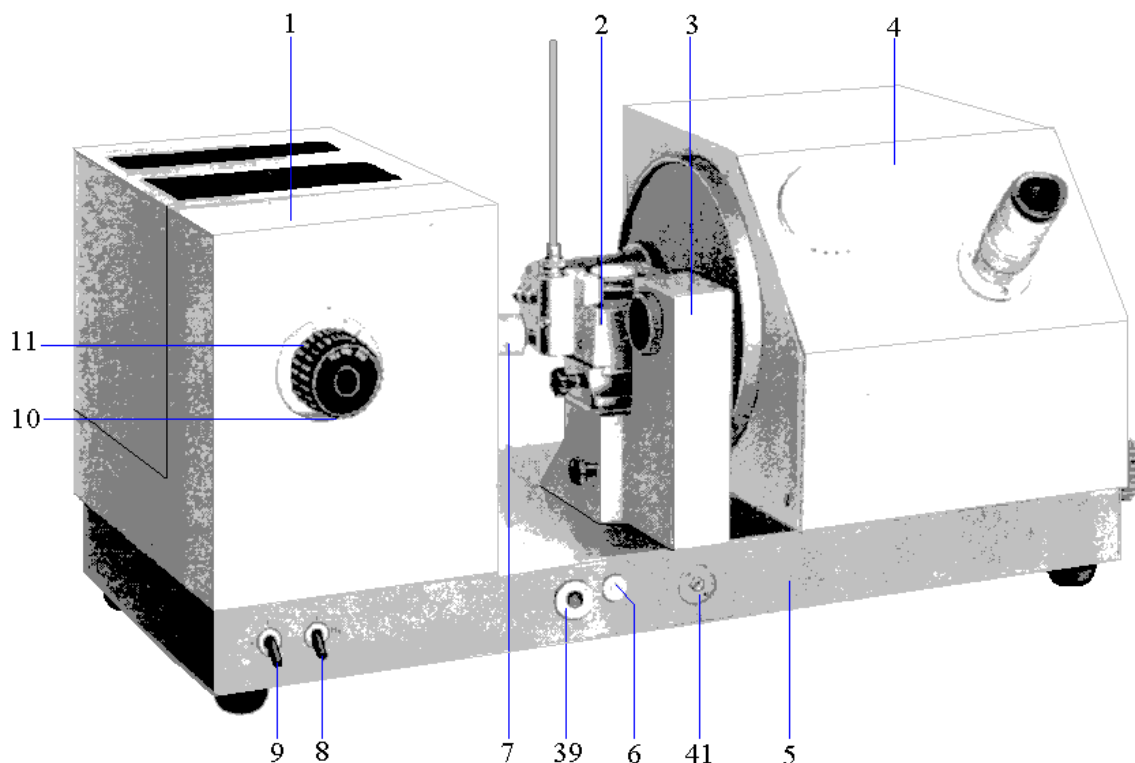
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{d}{h}.$$

Dla małych kątów $\sin x \approx \operatorname{tg} x$, więc

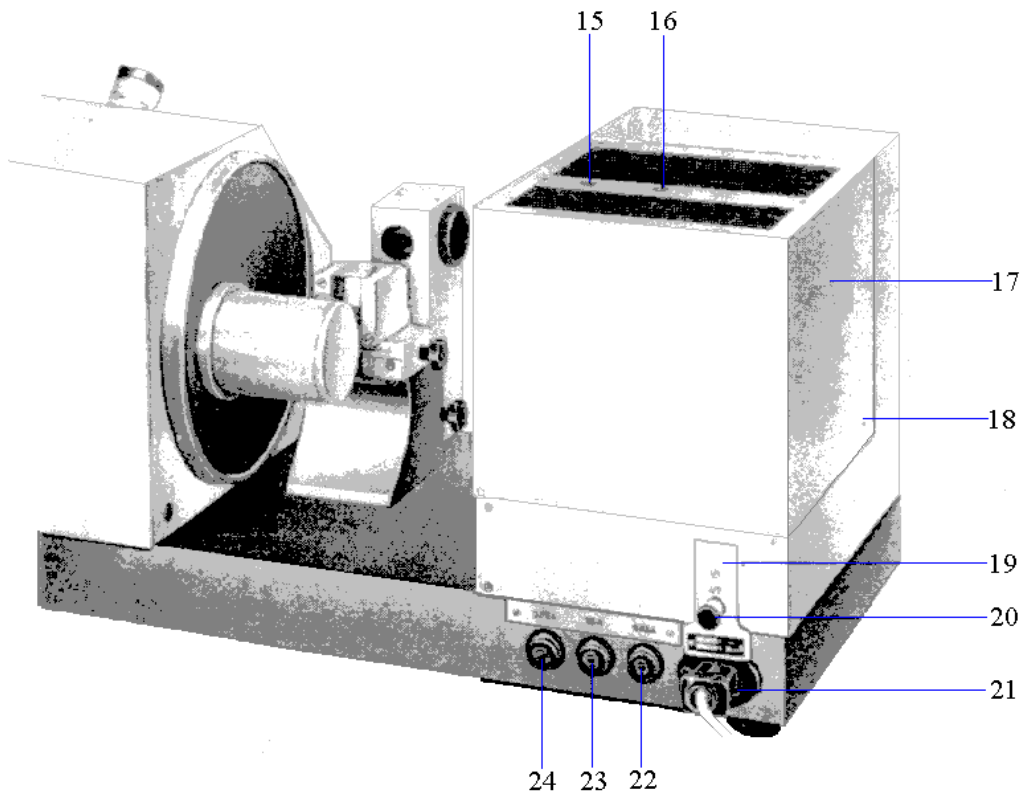
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \approx \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{d}{h}. \quad (16)$$

Refraktometr Pulfricha

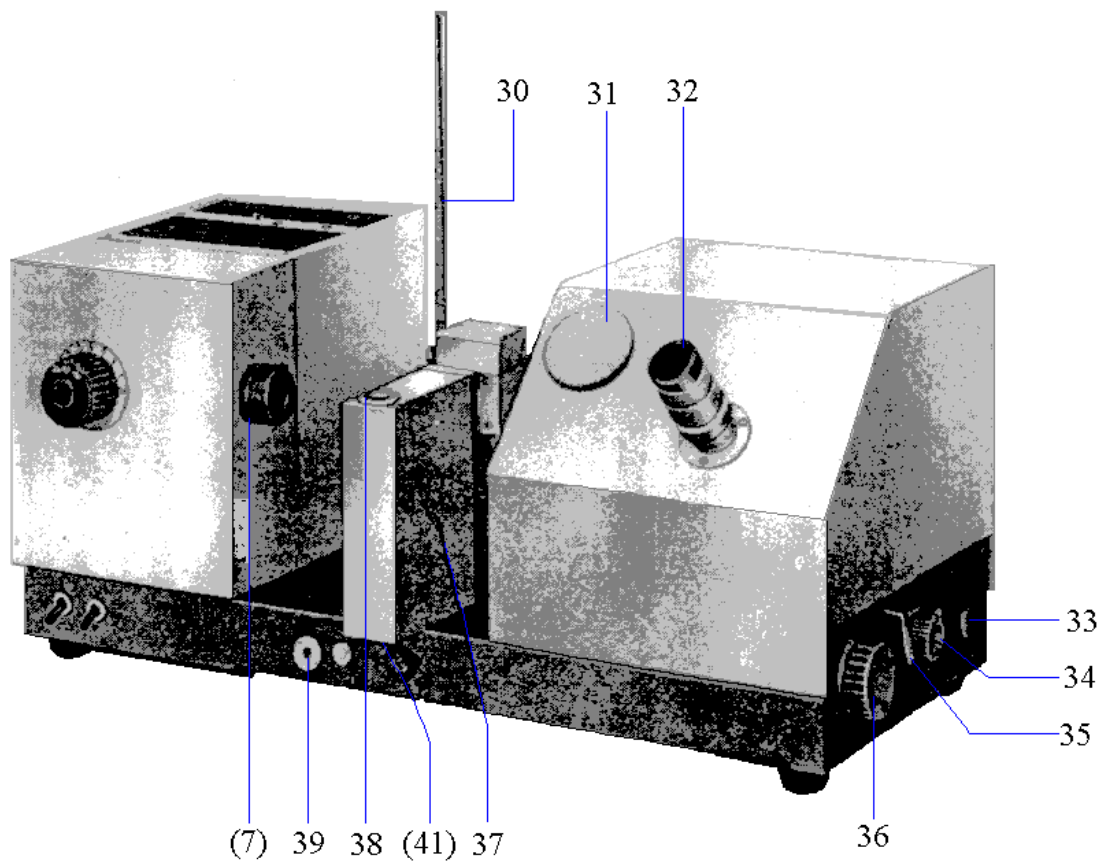
Widok ogólny refraktometru przedstawiają rysunki 6, 7, 8, 9:



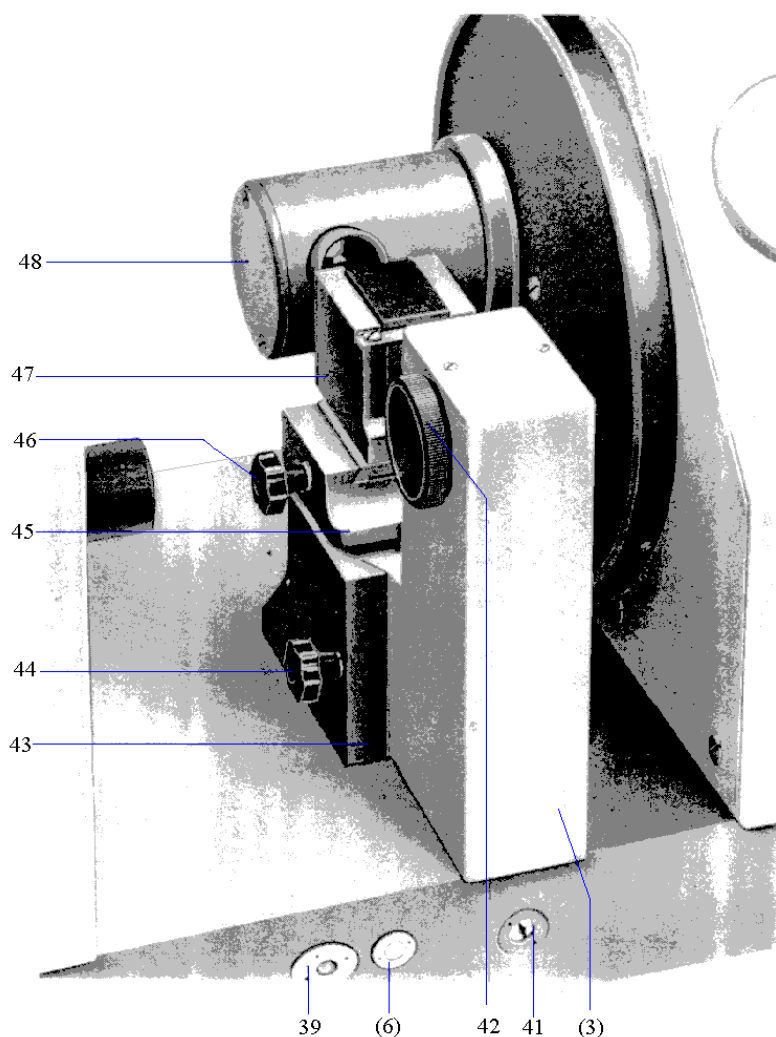
Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

Oznaczenia

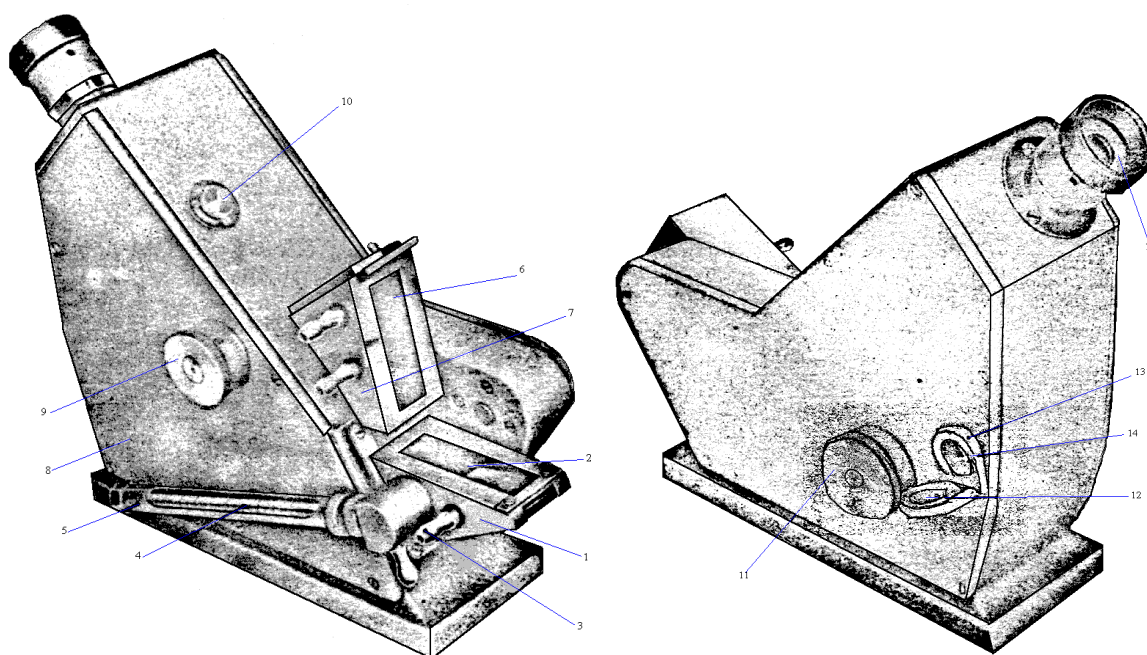
1. obudowa lamp,
2. cokół pryzmatu,
3. przystawka oświetleniowa,
4. urządzenie pomiarowe,
5. podstawa refraktometru,
6. przycisk guzikowy,
7. przełącznik filtru niebieskiego,
8. włącznik lampy rtęciowej,
9. wyłącznik główny,
10. guzikowy przełącznik lamp,
11. gałka wymiany filtrów monochromatycznych,
15. śruba regulacyjna lampy He,
16. śruba regulacyjna lampy wodorowej H₂,
17. kołpak ochrony lamp,
18. śruba regulacyjna lampy rtęciowej,

19. zatrzask blokujący,
20. uchwyt,
21. wtyczka sieciowa,
22. bezpiecznik,
23. wkładka topikowa,
24. bezpiecznik,
30. termometr w oprawie metalowej,
31. lampa oświetlająca skalę przyrządu pomiarowego,
32. okular,
33. włącznik autokolimatora,
34. gałka dokładnego nastawiania skali,
35. przełącznik skali,
36. gałka obrotu lunety,
37. kolimator,
38. śruba regulacyjna kolimatora,
39. gwint do mocowania lampy kadmowej,
41. śruba regulacyjna do justowania pryzmatów,
42. pierścień zwężający jasne pole,
43. cokół pryzmatu,
44. śruba zaciskowa sań przystawki oświetleniowej,
45. podkładka pryzmatu,
46. śruba zaciskowa pryzmatu,
47. pryzmat,
48. luneta.

Bieg promieni w refraktometrze pokazano na rysunku 3 w przypadku ciał stałych i na rysunku 4 w przypadku cieczy lub ciał stałych zanurzonych w cieczy. Na wyjściu układu umieszczona jest luneta sprzężona z układem pomiarowym służącym do odczytu kąta γ .

Refraktometr Abbego

Refraktometr Abbego - wykorzystywany jest do pomiaru współczynnika załamania w świetle przechodzącym lub odbitym przy użyciu światła białego.



Rys. 10

Refraktometr laboratoryjny posiada budowę prostą zapewniającą wygodną i łatwą obsługę. Wygląd zewnętrzny refraktometru pokazany jest na rysunku 10. Podstawowym elementem przyrządu jest pryzmat refraktometryczny w obudowie (1) z poziomo ustawioną płaszczyzną pomiarową (2). Poziome ustawienie płaszczyzny pomiarowej zabezpiecza przed spływaniem badanej cieczy z pryzmatu. Wykonane wewnątrz obudowy pryzmatów kanały oraz łączniki (3) umożliwiają podłączenie refraktometru do termostatu. termometr rtęciowy (4) włączony w obieg cieczy z termostatu, pozwala prowadzić stałą kontrolę temperatury w zakresie od 0 do 75°C. Działka elementarna termometru wynosi 1°C. Specjalna osłona (5) zabezpiecza termometr przed uszkodzeniem. Nad pryzmatem refraktometrycznym znajduje się pryzmat nakrywkowy (6), umieszczony na zawiasowo umocowanej oprawie (7). Okienko w oprawie pryzmatu nakrywkowego, służy do oświetlania substancji mierzonych w świetle przechodzącym. Do oświetlania substancji, przy pomiarach w świetle odbitym, służy zwierciadełko wahadłowo przymocowane do obudowy pryzmatu refraktometrycznego. Podczas pomiaru, wiązka promieni świetlnych skierowana zostaje do pryzmatu przez zwierciadło lub okienko oświetlające. Załamana na płaszczyźnie pomiarowej przedostaje się do wnętrza kadłuba refraktometru (8). Po przejściu przez pryzmat kierujący, promienie trafiają do zespołu pryzmatów Amici'ego. Obrót pryzmatów Amici'ego powoduje rozszczepienie światła białego co zostało wykorzystane do usuwania zabarwienia linii granicznej. Obrót zespołu pryzmatów uzyskuje się za pomocą pokrętki (9) umieszczonej na zewnątrz kadłuba refraktometru. Na pokrętce nacięta jest podziałka, która dodatkowo umożliwia dokonywanie pomiaru dyspersji. Następnie wiązka promieni pada na obiektyw i zostaje zogniskowana w górnym okienku pola widzenia okulara. Specjalny wkręt wystający z oprawy

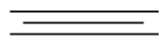
obiektywu na zewnątrz kadłuba refraktometru służy do przesuwania obiektywem podczas regulacji refraktometru. Nakrętka (10) zabezpiecza wkręt regulacyjny przed przypadkowym poruszeniem. W dolnym okienku pola widzenia okulara widoczna jest podziałka współczynników załamania i procentowej zawartości cukru. Obrotem pokrętka (11) przemieszcza się linię graniczną i podziałkę współczynników załamania w polu widzenia okulara. Podziałka oświetlona jest światłem skierowanym przez płaskie zwierciadło (12), zamocowane w obrotowo-przechylonej oprawie (13), Żółto-zielony filtr (14) w układzie oświetlacza, powoduje przyjemne, niemęczące wzroku zabarwienie obrazu podziałki w okularze refraktometru. Okular (15) posiada przesuw dioptryjny w zakresie, plus-minus 5 dioptrii.

A. Pomiar współczynnika załamania ciał stałych metodą kąta granicznego (refraktometr Pulfricha)

Przed rozpoczęciem pomiarów należy wyjustować pryzmat wykonując następujące czynności:

1. Włączyć wyłącznik główny (9) (rys. 6).
2. Dźwignię przełączającą (35) ustawiamy w pozycji do tyłu (rys 8).
3. Pierścień dioptryczny okulara (32) przestawiamy z położenia \oplus do \ominus .
4. Skalę znajdującą się w dolnym polu widzenia okulara przestawiamy gałką (34) w położenie 0.
5. Obrotową gałką pomiarową (36) przekręcamy lunetę tak, aby koło podziałowe skali głównej przy 90° wskazywało dokładnie wartość $0^0,0$.
6. Dźwignię przełączającą (35) przestawiamy w położenie do przodu.
7. Przekręcamy pokrętło (33) do włączania autokolimatora aż do chwili jego wyskoczenia.

UWAGA! Pojedyncza kreska w okularze powinna teraz zajmować położenie symetryczne względem kreski podwójnej jak na rysunku.



W przypadku braku symetrii prosimy prowadzącego ćwiczenia o wyregulowanie śrubą (41).

8. Na powierzchnię pryzmatu wkraplamy kropelkę (o średnicy ok. 2 mm) cieczy immersyjnej.

9. Nakładamy badaną płytkę na powierzchnię pryzmatu zakrywając całe pole pomiarowe pryzmatu.

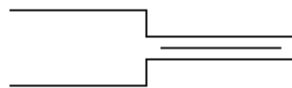
10. Pokrętłem (36) obracamy tak długo, aż w polu widzenia okulara pojawi się pojedyncza linia rozdzielająca, przesuwamy ją tak długo, aż ustawimy na przecięciu krzyża pajęczego

11. Przesuwamy dźwignię (35) do tyłu. Pokrętle (34) obracamy tak, aby wskaźnik skali głównej pokrył się dokładnie z kreską tej skali. Odczytujemy wartość kąta γ .
12. Pomiary powtarzamy przy użyciu filtrów a, g, h, C, F, d.
13. Pomiary powtarzamy dla drugiej płytki. Ze wzoru (10) obliczamy n w zależności od długości fali λ . Przyjmując $N=1,74$.
14. Sporządzamy wykres $n = f(\lambda)$ oraz $\gamma = f(\lambda)$.
15. Przeprowadamy dyskusję wyników i rachunek błędów.

B. Pomiar współczynnika załamania cieczy metodą kąta odchylenia.

1. Na cokole pryzmatu (2) ustawiamy pryzmat V_0 pod opieką prowadzącego ćwiczenia.
2. W prowadnicy mocujemy kolimator (pod opieką prowadzącego ćwiczenia).
3. Wykonujemy justowanie pryzmatu (patrz pkt; 1-6 ćwiczenia A).
4. Włączamy lampę rtęciową (przełącznik 8).
5. Przekręcamy pokrętło (33) do włączenia autokolimacji, aż do chwili jego wyskoczenia.

UWAGA!: *Pojedyncza kreska w okularze powinna znaleźć się w środku obrazu szczeliny. Jeżeli tak nie jest śrubą (38) obracamy tak długo, aż otrzymamy w okularze obraz taki jak na rysunku.*



6. Zdejmujemy pokrywę pryzmatu V_0 i napełniamy go cieczą do wysokości ok 3 mm od górnej krawędzi, następnie nakładamy pokrywę.
- UWAGA!** *Odczekać ok. 10 minut celem wyrównania temperatury między obudową pryzmatu a cieczą (można to sprawdzić przy pomocy termometru).*
7. Odszukać obraz szczeliny w świetle odchylającym (przy pomocy pokrętła 36).
8. Odczytać kąt odchylenia.
9. Sprawdzić justowanie pryzmatu i kolimatora.
10. Pomiar powtórzyć 5-krotnie.
11. Obliczyć współczynnik załamania ze wzoru (14) (przyjmując $N=1,78$) dla każdego pomiaru oddzielnie.
12. Znaleźć średnie.
13. Przeprowadzić rachunek i dyskusję błędów i wyników.

C. Znajdowanie krzywej dyspersji cieczy.

1. Wykonać kolejno czynności (1-7) (patrz ćwiczenie B).
2. Odczytać kąt odchylenia linii barwnych.
3. Pomiary (1-2) powtórzyć trzykrotnie.
4. Obliczyć współczynnik załamania dla różnych długości fal korzystając ze wzoru (14) (przy założeniu, że $N=1,78$).
5. Sporządzić wykres zależności $\lambda = f(n)$ dla $\lambda=0,366\mu\text{m}$ (fiolet) $0,436\mu\text{m}$ (niebieski), $0,546\mu\text{m}$ (zielony), $0,577\mu\text{m}$, $0,579\mu\text{m}$ (żółty).
6. Z krzywej dyspersji wyznaczyć długość fal odpowiadających nieznanym obrazom barwnym pojawiającym się w polu widzenia okulara.
7. Przeprowadzić rachunek błędów i dyskusję wyników.

D. Pomiar współczynnika załamania metodą pomiaru grubości pozornej płytki przy użyciu mikroskopu.

1. Na obu powierzchniach badanej płytki rysujemy tuszem (lub nacinamy ostrym narzędziem) dwie krzyżujące się rysy.
2. Płytkę umieszczamy na stoliku mikroskopu.
3. Notujemy położenie śruby mikrometrycznej (l_1) przypadku, gdy w polu widzenia okulara mikroskopu widzimy ostry obraz rysy na górnej ścianie płytki.
4. Odczytujemy położenie śruby mikrometrycznej (l_2), gdy w polu widzenia pojawi się ostry obraz rysy umieszczonej na dolnej ścianie płytki.
5. Pozorną grubość płytki odczytujemy z różnicy $h = |l_1 - l_2|$.
6. Pomiary 3, 4 powtarzamy dla tej samej płytki 5-krotnie, obliczamy średnią wartość h .
7. Rzeczywistą grubość płytki mierzymy śrubą mikrometryczną 5-krotnie, obliczamy średnią.
8. Współczynnik załamania obliczamy ze wzoru (16).
9. Pomiary powtarzamy dla trzech płytek wykonanych z różnych materiałów.
10. Przeprowadzamy rachunek i dyskusję błędów oraz wyników.

E. Pomiar zależności współczynnika załamania cieczy od temperatury przy pomocy refraktometru Abbego.

1. Przygotować refraktometr do pomiarów pod kontrolą prowadzącego ćwiczenia.
2. Umieścić kilka kropeł badanej cieczy na powierzchni części pomiarowej pryzmatu (sprawdzić czy ciecz pokrywa całą powierzchnię pryzmatu pomiarowego po przykryciu go pryzmatem oświetlającym).

3. Ogrzać pryzmaty do temperatury 25° utrzymując tę temperaturę przez 5 minut - odpowiednio regulując ogrzewanie cieczy w termostacie wyłącznikiem grzałki oraz termometrem oporowym.
4. Dokonać odczytu współczynnika załamania przy ustalonej temperaturze z dokładnością do czterech miejsc po przecinku.
5. Powtórzyć pomiary zmieniając temperaturę co 5°C do wartości temperatury 60°C .

UWAGA! *Nie przekraczać temperatury 75°C .*

6. Sporządzić wykres zależności współczynnika załamania od temperatury $n=f(t)$.
7. Przeprowadzić analizę wyników i rachunek oraz dyskusję błędów.

Literatura:

1. J.R.Meyer - Arendt - Wstęp do optyki.
2. S. Szczeniowski - Fizyka doświadczalna, t.IV, Optyka.
3. T. Dryński - Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki.
4. A. Zawadzki, H. Hofmokl - Laboratorium fizyczne.