

**Andrzej Daniluk  
Pelagiusz Karpiniuk**

# ***WSTĘP DO I PRACOWNI FIZYKI***

*Siedlce 2018*

*Opracowanie techniczne:*

*Miroslaw Maś*

# SPORZĄDZANIE SPRAWOZDANIA Z WYKONANEGO ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

Każda osoba, wykonująca ćwiczenie laboratoryjne nawet w zespole dwuosobowym, wykonuje swoje sprawozdanie<sup>1</sup>. Informacje o tym jak ma wyglądać i co zawierać prawidłowo sporządzone sprawozdanie jest opisane jest w pliku znajdującym się na stronie internetowej Pracowni Fizyki i Analizy Numerycznej.

[http://www.zfian.imif.uph.edu.pl/images/pliki\\_pdf/dydaktyka/szablon\\_sprawozdania.pdf](http://www.zfian.imif.uph.edu.pl/images/pliki_pdf/dydaktyka/szablon_sprawozdania.pdf)

Zamieszczona w tym dokumencie tabela przedstawia zestawienie szablonów (sposobów) wykonywania sprawozdań w różnych laboratoriach obsługiwanych przez pracowników naukowo-dydaktycznych naszej Pracowni.

Poniżej przedstawiamy szczegółowe wymagania dla sprawozdań z pracowni fizycznych.

Punkty 1 do 4 są wspólne dla wszystkich pracowni.

Na zajęcia należy przynieść wydrukowaną pierwszą stronę sprawozdania poniżej jest adres skąd należy ją pobrać:

[http://www.zfian.imif.uph.edu.pl/images/pliki\\_pdf/dydaktyka/Wzor\\_1\\_strony\\_sprawozdania.pdf](http://www.zfian.imif.uph.edu.pl/images/pliki_pdf/dydaktyka/Wzor_1_strony_sprawozdania.pdf)

W punkcie 5 należy zamieszczać schematy układów połączeń bądź rysunki mierzonych elementów.

Punkt 6 określa sposób zapisu uzyskanych wyników pomiarów. Aby były czytelne i jednoznaczne najlepiej zapisywać je w formie tabeli.

Lp	Nazwa wielkości mierzonej	
	(jednostka)	
1		
n		
Średnia arytmetyczna		

Punkt 7 zawierać powinien oszacowanie niepewności pomiarowych (żargonowo nazywanych błędami).

7. 1. Podstawowe wiadomości o błędach pomiarowych i ich szacowaniu.

Błędy wielkości mierzonych, ze względu na charakter ich występowania, dzielimy na przypadkowe, systematyczne i grubie.

Błędy przypadkowe spowodowane są dwoma głównymi przyczynami.

<sup>1</sup>Jest to określone w Sylabusie.  
Wstęp

Pierwsza przyczyna to niedokładność użytych do mierzenia przyrządów, druga to sposób mierzenia.

Błędy systematyczne mogą wynikać również z winy przyrządów: np.: niedokładne sporządzenie skali przyrządu, bądź niedokładne "ustawienie zera" np.: miernika elektrycznego, oraz z winy mierzącego np.: tzw. błąd paralaksy popełniany systematycznie przez osobę siedzącą obok miernika i odczytującą wskazania. Przyczyną błędów systematycznych może być również niewłaściwie dobrana metoda pomiaru. Błędów systematycznych staramy się unikać przez wyeliminowanie przyczyn ich powstawania.

Jeżeli błędów tych nie da się uniknąć, to staramy się oszacować ich wartość i uwzględnić w wynikach pomiarów.

Błędy grube powstają w wyniku nieumiejętnego odczytywania wskazań przyrządów pomiarowych, błędnego zapisu wyniku pomiaru (np. pomylenia jednostek) itp.. Błędy te zwykle znacznie przewyższają błędy pozostałych wyników pomiarów i łatwo je zauważyć.

Błędy przypadkowe, zarówno bezwzględne jak i względne, mogą mieć wartość dodatnią i ujemną. Znaczy to, że prawdopodobieństwo tego, że wynik pomiaru jest większy lub mniejszy od wartości rzeczywistej, jest jednakowe.

Większość stosowanych jeszcze przyrządów pomiarowych jest tak skonstruowana, że odczytu wielkości zmierzonej dokonuje się na odpowiedniej skali. Wynik odczytu ze skali zaokrągla się na ogół do pewnej liczby działek i z tego względu powstaje tzw. błąd

odczytu. Stosując zasadę zaokrąglania do pełnej liczby działek przyjmujemy tym samym, że błąd odczytu jest równy połowie wartości jednej działki. Jeżeli działki skali są bardzo małe (np.: na stoperze działki są tak małe, że wskazówka pokrywa całą działkę), wtedy za błąd odczytu przyjmujemy wartość całej działki. W przypadku działek stosunkowo dużych, wynik odczytu zaokrąglamy do 0,5 działki, a za błąd odczytu przyjmujemy 0,25 działki.

O wartości błędu, jak już było powiedziane, decyduje również sposób mierzenia. Zilustrujemy to na paru przykładach. I tak np.: przy pomiarze długości linijką z podziałką milimetrową błąd 0,5 mm popełniamy przy ustawieniu początku skali na jednej krawędzi przedmiotu i 0,5 mm przy odczycie położenia na skali drugiej krawędzi przedmiotu. Tak więc łączny błąd pomiaru wyniesie 1 mm. Jeżeli długość mierzonego przedmiotu jest tak duża, że linijkę należy przykładać do niego wielokrotnie, to za każdym przyłożeniem linijki popełniamy błąd 1 mm i łączny błąd będzie odpowiednio wielokrotnie większy.

Przy pomiarze czasu stoperem na łączny błąd odczytu składa się nie tylko błąd odczytu (1 dz. = 0,2 sek.), ale również dwukrotny błąd związany z tzw. czasem reakcji na bodziec (podczas uruchomienia i zatrzymania stopera). Przyjmuje się, że średnio czas reakcji na bodziec wynosi ok. 0,2 s.






O błędzie pomiaru masy za pomocą wagi decyduje tzw. czułość wagi. Czułość wagi jest to masa najmniejszego odważnika, na który waga jeszcze reaguje. Czułość wagi laboratoryjnej wynosi 10 mg.

Ciecz ważymy w odpowiednim naczyniu, znajdując uprzednio jego masę. Z tego względu błąd masy cieczy wyniesie 20 mg.

Przyjęte wartości błędów dla poszczególnych mierzonych wielkości powinny być krótko uzasadnione.

## 7. 2. Podstawowe wiadomości o miernikach elektrycznych i błędach popełnianych przy ich stosowaniu.

Ze względu na wewnętrzną budowę i zasadę działania najczęściej spotykane mierniki elektryczne wskazówkowe dzielimy na:

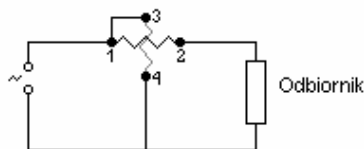
- a) magnetoelektryczne  ,
- b) magnetoelektryczne z prostownikiem  ,
- c) elektromagnetyczne  ,
- d) elektrodynamiczne  ,
- e) indukcyjne  ,

Mierniki magnetoelektryczne służą do pomiaru napięcia i natężenia prądu stałego i w związku z tym ich zaciski wejściowe są oznaczone symbolami (+) i (-). Ponieważ amperomierze włączamy do obwodu szeregowo a więc zaciskiem oznaczonym (+) prąd powinien wpływać do miernika a zaciskiem (-) wypływać. Woltomierz przyłączamy równolegle do elementu, na którego końcach chcemy zmierzyć różnicę potencjałów.

W tym więc przypadku zacisk woltomierza oznaczony symbolem (+) dołączamy do tego końca elementu, który ma potencjał wyższy a zacisk (-) do punktu o potencjale niższym.

Mierniki magnetoelektryczne z prostownikiem mogą służyć do pomiaru napięcia i natężenia również prądu zmiennego. Ich zaciski nie mają wtedy oznaczeń (+) i (-). Mierniki te mają jednak dwie skale: jedną przeznaczoną do odczytów napięcia lub natężenia prądu stałego, drugą dla prądu zmiennego. Przy skalach tych są odpowiednio symbole (-) i (~). Podobnie jest w miernikach elektromagnetycznych, którymi możemy również mierzyć napięcie i natężenie prądu zarówno stałego jak i zmiennego.

Przykładem przyrządu elektrodynamicznego (a właściwie ferrodynamicznego, który różni się w budowie od elektrodynamicznego tylko tym, że cewka nieruchoma umieszczona jest na rdzeniu ferromagnetycznym) jest watomierz. Posiada on dwie cewki: tzw. prądową, którą włącza się, podobnie jak amperomierz - szeregowo oraz cewkę napięciową, którą włącza się, podobnie jak woltomierz - równolegle. Watomierz posiada więc cztery zaciski: dwa dla cewki prądowej i dwa dla napięciowej. Zaciski cewek oznaczone liczbą (1 i 3) stanowią początki tych cewek i powinny być połączone do tego samego punktu obwodu ( patrz rysunek ).



Rys. W. 1.

- 1, 2 - zaciski cewki prądowej,  
3, 4 - zaciski cewki napięciowej.

Przykładem miernika indukcyjnego jest licznik energii elektrycznej.

Oprócz mierników wskazówkowych, coraz częściej spotyka się mierniki z odczytem cyfrowym. Mierniki te posiadają wewnątrz odpowiedni układ elektroniczny, przetwarzający wielkość mierzoną na odpowiedni sygnał, który uruchamia urządzenie wyświetlające wartość tej wielkości.

O błędach popełnianych przy użyciu mierników wielkości elektrycznych, zarówno z odczytem ze skali jak i z odczytem cyfrowym, decyduje ich klasa i zakres. Zakresem miernika nazywamy maksymalną wartość wielkości mierzonej przy wychyleniu wskazówki do końca skali (w miernikach wskazówkowych). W urządzeniach takich jak dekady pojemnościowe, oporowe, indukcyjne itp.: oraz w miernikach z odczytem cyfrowym o zakresie decyduje pojemność cyfrowa dekady lub urządzenia wyświetlającego, pomnożona przez odpowiedni mnożnik przy przełączniku zakresów. Zakres miernika jest dobrany właściwie gdy wychylenie wskazówki lub odczytywana wartość przekracza połowę zakresu.

Aby dokonać odczytu wielkości mierzonej z miernika wskazówkowego należy najpierw ustalić tzw. stałą przyrządu  $C$ , która zdefiniowana jest jako stosunek zakresu ( $W_{max}$ ) do liczby działek na skali ( $\alpha$ ).

$$C = \frac{W_{max}}{\alpha}.$$

Otrzymuje się w ten sposób liczbę jednostek wielkości mierzonej przypadających na jedną działkę skali. Następnie dokonujemy odczytu wychylenia wskazówki w działkach

i odczytany wynik mnożymy przez stałą przyrządu  $C$ .

Klasa miernika wyraża w procentach stosunek błędu (uchybu) bezwzględnego mierzonej wielkości do zakresu. I tak np.: dla woltomierza jego klasa

$$K_v = \frac{\Delta U}{U_{zakresu}} 100\% ,$$

dla amperomierza

$$K_A = \frac{\Delta I}{I_{zakresu}} 100\% .$$

Z powyższego widać, że mając klasę miernika i jego zakres lub zakresy, na których dokonywane były pomiary, możemy obliczyć błąd wielkości mierzonej. Np. dla woltomierza:

$$\Delta U = \frac{K_v U_{zakresu}}{100\%}$$

Błąd obliczony w powyższy sposób zawiera już w sobie (w przypadku mierników wskazówkowych) błąd odczytu. Tak więc przy posługiwaniu się miernikami elektrycznymi, w punkcie IV sprawozdania należy zanotować klasy i zakresy mierników.

Klasy mierników są znormalizowane. Zgodnie więc z normą mogą być produkowane mierniki o następujących klasach: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5 (znak % jest pomijany). Klasę miernika podaje producent. W przypadku mierników wskazówkowych klasa miernika, obok innych symboli dotyczących tego miernika, podawana jest w lewym dolnym rogu skali miernika. Klasa mierników z odczytem cyfrowym podawana jest tylko w instrukcji jego obsługi.

### 7. 3. Obliczanie błędu dla wartości średniej arytmetycznej.

W przypadkach gdy zależy nam szczególnie na uzyskaniu możliwie najdokładniejszych wyników pomiarów lub nie umiemy oszacować błędu pojedynczego pomiaru, wykonujemy kilka ( od 3 do 10 ) pomiarów tej samej wielkości, dokładnie w tych samych warunkach. Jako wynik pomiaru przyjmujemy średnią arytmetyczną. Uważamy ją za najbardziej prawdopodobną co nie oznacza, że nie jest ona obciążona błędem. Powstaje zatem pytanie jaki błąd przyjąć dla znalezionej w ten sposób wyniku pomiarów. Najczęściej w takim przypadku oblicza się tzw. odchylenie standardowe czyli tzw. średni błąd kwadratowy.

Odchylenie standardowe dla średniej arytmetycznej liczy się następująco: Niech  $x_1, x_2, \dots, x_n$  oznacza wyniki n pomiarów jakiejś wielkości fizycznej. Średnią arytmetyczną oblicza się ze wzoru:

$$x_{sr} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n}$$

Odchylenie standardowe  $\sigma_{x_{sr}}$  dla średniej arytmetycznej wyraża wzór:

$$\sigma_{x_{sr}} = \sqrt{\frac{\sum (x_{sr} - x_i)^2}{n(n-1)}}$$

Tak obliczone odchylenie standardowe tworzy wokół rzeczywistej wartości mierzonej wielkości przedział  $\pm \alpha$ , w którym otrzymana wartość średnia mieści się z prawdopodobieństwem 68,3%. To prawdopodobieństwo nazywa się często również tzw. poziomem ufności. Ten poziom ufności uważa się często za zbyt mały. Najczęściej żąda się poziomu ufności 95%, a czasami nawet 99,9%. Aby więc zwiększyć prawdopodobieństwo tego, że średnia arytmetyczna mieści się w pewnym przedziale wokół wartości rzeczywistej, należy przedział ten rozszerzyć przez pomnożenie odchylenia standardowego przez tzw. współczynnik Studenta - Fishera ( $k_{\infty n}$ ). Wartość tego współczynnika zależy od żądanego poziomu ufności ( $\alpha$ ) i liczby pomiarów (n), na podstawie których obliczona została wartość średnia arytmetyczna. Wartość tego współczynnika dla dwóch poziomów ufności: 95% i 99,9% i w zależności od liczby pomiarów (n) podaje tabelka.

$\alpha$ n	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
95%	4,3	3,2	2,8	2,6	2,4	2,4	2,3	2,3
99,9%	31,6	12,9	8,6	6,9	6,0	5,4	5,0	4,8

Tak więc błąd średniej arytmetycznej wielkości  $x$

$$\Delta x_{sr} = \infty_{sr} k_{\infty n}.$$

Zatem, gdy wykonujemy serię pomiarów danej wielkości fizycznej, w punkcie IV sprawozdania nie musimy dokonywać szacowania błędów tej wielkości.

Przed opuszczeniem pracowni należy przedstawić wyniki pomiarów i dane potrzebne do oszacowania błędów prowadzącemu zajęcia do podpisu. Od tej chwili

**nie wolno nic zmieniać w wynikach pomiarów.**

W punkcie 8 przystępujemy do obliczania

### 8. 1. Obliczanie wielkości szukanych.

Należy wypisać wzór, z którego mamy obliczyć wartość szukaną. We wzorze tym symbole wielkości mierzonych powinny być zgodne z symbolami użytymi do ich oznaczania w tabelce pomiarów. Do wzoru podstawiamy wartości liczbowe występujących tam wielkości wraz z ich jednostkami.

W wyniku działań na wartościach wielkości fizycznych i ich jednostkach otrzymujemy wartość i jednostkę wielkości szukanej. Należy przy tym pamiętać, że obowiązuje nas układ jednostek SI.

### 8. 2. Obliczanie błędu maksymalnego wielkości szukanej.

Wielkość szukana obliczana jest na podstawie wzoru definiującego tę wielkość, bądź wzoru pokazującego jej zależność od innych wielkości, które mierzymy. Np.: mierząc napięcie na oporze omowym (rezystorze) i płynący przez niego prąd, możemy opór ten obliczyć z jego definicji  $R = \frac{U}{I}$ . Opór omowy przewodnika można obliczyć również ze wzoru pokazującego jego zależność od długości przewodnika ( $l$ ) i pola jego poprzecznego przekroju ( $S$ )

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad R = \rho \frac{4l}{\pi^2 d},$$

gdzie:  $\rho$  - opór właściwy,

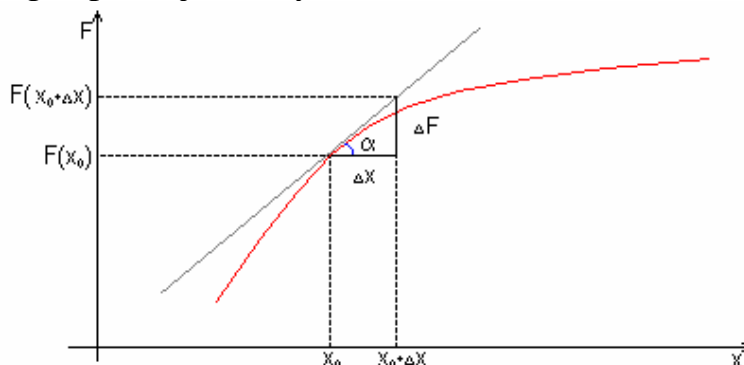
$d$  - średnica przewodnika.

Z matematycznego punktu widzenia każdy z tych wzorów stanowi funkcję dwóch argumentów.

Błąd popełniany przy pomiarze dowolnej wielkości fizycznej oznacza, że znaleziona wartość tej wielkości (argumentu funkcji) może zawierać się w przedziale: wynik pomiaru  $\pm$  błąd. Każda, nawet nieskończenie mała, zmiana argumentu funkcji

powoduje zmianę w wartości funkcji (wielkości szukanej). Znalezienie błędu wielkości szukanej sprowadza się zatem do obliczenia zmiany wartości funkcji, spowodowanej nieznacznymi zmianami jej argumentów.

Problem ten najłatwiej rozwiązać w przypadku funkcji tylko jednej zmiennej, której wykres przebiega np. tak jak na rysunku.



Rys. W. 2.

Dla wartości argumentu  $x_0$  funkcja przybiera wartość  $F(x_0)$ . Zwiększenie argumentu o  $\Delta x$  spowoduje, że wartość funkcji zmieni się o  $\Delta F$ . To  $\Delta F$  jest w przybliżeniu równe przyprostokątnej w trójkącie utworzonym przez  $\Delta x$  i styczną do krzywej w punkcie  $F(x_0)$ . Różnica między  $\Delta F$  i tą przyprostokątną jest tym mniejsza im  $\Delta x$  jest mniejsze w porównaniu z  $x_0$ . Z otrzymanego w ten sposób trójkąta obliczamy  $\Delta F$

$$\Delta F = \Delta x \operatorname{tg} \alpha$$

Pamiętając interpretację geometryczną pochodnej funkcji możemy napisać:

$$\frac{dF}{dx} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Tak więc

$$\Delta F = \frac{dF}{dx} \Delta x.$$

Iloczyn pochodnej funkcji i niewielkiej (nieskończenie małej) zmiany jej argumentu, nazywamy różniczką funkcji.

Znalezienie błędu wielkości szukanej w przypadku, gdy jest ona funkcją jednej tylko zmiennej, sprowadza się zatem do obliczenia różniczki tej funkcji.

*Przykład:* Mamy obliczyć objętość sześcianu. W tym celu zmierzaliśmy jego bok ( $a$ )

i oszacowaliśmy błąd pomiaru boku ( $\Delta a$ ).

Objętość sześcianu  $V = a^3$ . Należy obliczyć  $\Delta V$

$$\Delta V = \frac{dV}{da} \Delta a,$$

$$\frac{dV}{da} = 3a^2,$$

$$\Delta V = 3a^2 \Delta a.$$

Rozpatrzmy obecnie sytuację, gdy wielkość szukana jest funkcją dowolnej liczby zmiennych

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$



I w tym przypadku, każda niewielka nawet zmiana wartości każdego z argumentów, spowoduje pewną zmianę w wartości funkcji. Zmianę wartości funkcji, spowodowaną niewielką zmianą konkretnego argumentu, możemy obliczyć tak, jak w przypadku funkcji jednej zmiennej - tzn. licząc różniczkę cząstkową. Różniczka cząstkowa jest równa iloczynowi pochodnej cząstkowej (liczonej po jednym konkretnym argumentie) i niewielkiej zmiany tego argumentu. Całkowita maksymalna zmiana wartości funkcji, spowodowana niewielkimi zmianami jej argumentów, jest równa sumie różniczek cząstkowych pomnożonych przez maksymalną zmianę argumentu

$$\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_n} \right| |\Delta x_n| .$$

Oznaczenie  $\frac{\partial F}{\partial x}$  przyjęto stosować dla pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych. Wartości bezwzględne, zarówno pochodnych cząstkowych jak i błędów pomiarowych poszczególnych wielkości mierzonych, bierzemy dlatego, że chcemy uzyskać błąd maksymalny.

Większość prostych funkcji daje się sprowadzić do postaci  $y = ax^n$ . Pochodne tego typu funkcji możemy obliczyć stosując wzór:

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1} .$$

Do otrzymanego w ten sposób wzoru podstawiamy wartości liczbowe wraz z jednostkami. Wartość każdego wyrazu, przed ich zsumowaniem, powinna być uwidoczniiona oddzielnie.

Metoda różniczki zupełnej jest metodą uniwersalną, tzn. można ją stosować do każdej funkcji (oczywiście różniczkowalnej).

W przypadku funkcji logarytmowanych o postaci  $F = kx_1^a x_2^b x_3^c \dots$  (gdzie  $k, a, b, c$  są dowolnymi stałymi) maksymalny błąd względny możemy uzyskać znacznie prościej. Funkcję tę najpierw logarytmujemy:

$$\ln F = \ln k + a \ln x_1 + b \ln x_2 + c \ln x_3 + \dots ,$$

a następnie różniczkujemy

$$\frac{dF}{F} = a \frac{dx_1}{x_1} + b \frac{dx_2}{x_2} + c \frac{dx_3}{x_3} + \dots .$$

Zastępując przyrosty nieskończenie małe ( $dx_i$ ) skończonymi zmianami wielkości mierzonych  $\Delta x_i$  (błędami popełnionymi przy ich mierzeniu) oraz biorąc pod uwagę sumę wartości bezwzględnych wszystkich wyrazów, otrzymujemy wartość błędu względnego tego typu funkcji:

$$\frac{\Delta F}{F} = \pm \left( \left| a \frac{\Delta x_1}{x_1} \right| + \left| b \frac{\Delta x_2}{x_2} \right| + \left| c \frac{\Delta x_3}{x_3} \right| + \dots \right) .$$

### 8. 3. Zaokrąglanie wyników pomiarów.

Przy zaokrąglaniu liczb obowiązują następujące zasady:

- 1) gdy ostatnia cyfra znacząca ma wartość 1 do 4, to tę liczbę zaokrąglamy w dół np.  
 $0,003854 \approx 0,00385 = 3,85 \cdot 10^{-3}$ ,
- 2) gdy ostatnia cyfra znacząca ma wartość 6 do 9 to liczbę zaokrąglamy w górę, np.  
 $394700 \approx 395000 = 3,95 \cdot 10^5$ ,
- 3) gdy ostatnia cyfra znacząca ma wartość 5, to:
  - a) gdy poprzedza ją cyfra nieparzysta - zaokrąglamy w górę,  
np.  $4,675 \approx 4,68$ ;
  - b) gdy poprzedza ją cyfra parzysta - zaokrąglamy w dół,  
np.  $4,685 \approx 4,68$ .

Wartość błędu obliczamy z dokładnością do drugiego a (najwyżej trzeciego) miejsca a następnie zaokrąglamy zawsze w górę do pierwszego (drugiego) miejsca znaczącego.

W przypadku, gdy z pomiarów lub obliczeń uzyskuje się wynik składający się z jednej tylko cyfry znaczącej i zer, np.  $I = 0,3A$ , a błąd bezwzględny  $\Delta I = 0,002 A$  to wynik należy zapisać w postaci

$i = (0,300 \pm 0,002)A$ . Zera po przecinku w tym przypadku są cyframi znaczącymi i pominięcie ich byłoby niewłaściwe. Zaleca się zatem wyniki końcowe zapisywać w takiej postaci, aby podana ilość miejsc dziesiętnych po przecinku była zgodna z liczbą miejsc dziesiętnych w błędzie bezwzględnym.

Oto kilka przykładów zaokrąglania i zapisywania wyników:

przed zaokrągleniem	po zaokrągleniu
$V = (38,245 \pm 0,136)cm^3$ ;	$V = (38,2 \pm 0,2)cm^3$ ;
$C = (348,38 \pm 3,29)\mu F$ ;	$C = (3,48 \pm 0,04) 10^2 \mu F$ ;
$m = (329,352 \pm 0,025)g$ ;	$m = (329,35 \pm 0,03)g$ ;
$d = (13845 \pm 1032)kg/m^3$ ;	$d = (13,8 \pm 1,0) 10^3 kg/m^3$ ;
$t = (18,35 \pm 0,2)s$ ;	$t = (18,4 \pm 0,2)s$ .

Punkt 9 jeżeli konieczne jest sporządzenie wykresu to w zależności od wymagań mogą one być wykonywane ręcznie bądź z zastosowaniem aplikacji komputerowych.

#### Uwaga:

*Sporządzając wykres w aplikacjach komputerowych należy odpowiednio dostosować ich funkcje tak by otrzymany wykres spełniał wymogi tzw. krzywej gładkiej*

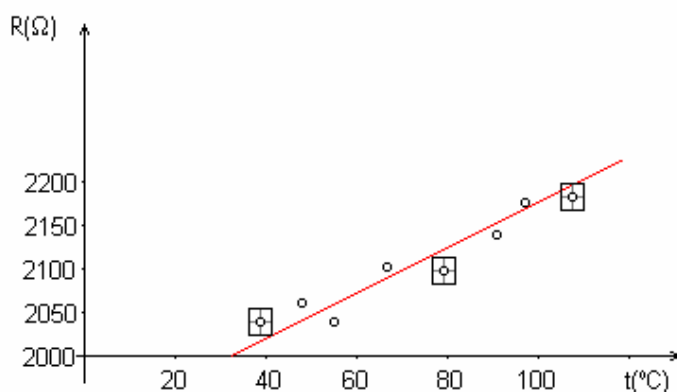
## Sporządzanie wykresu.

Wykresy sporządzamy na papierze milimetrowym. Przed sporządzeniem wykresu należy ustalić, która z wielkości stanowi zmienną niezależną, a która od niej zależną. Przyjęto bowiem wartości zmiennej niezależnej odkładać na osi poziomej (odciętych) a wartości zmiennej zależnej na osi pionowej (rzędnych).

Po narysowaniu osi współrzędnych zaznaczamy wielkości i jednostki, które będą na nich odkładane w odpowiedniej skali. Skalę należy dobrać umiejętnie, tzn. tak aby cała półoś była zajęta przez otrzymane wyniki pomiarów (początek osi nie musi oznaczać „0” wartości danej wielkości).

*Przykład:* Badano zależność oporu przewodnika od temperatury i otrzymano następujące wyniki: temperaturę zmieniano od 25°C. do 100°C opór przewodnika zmienił się od 2000Ω do 2150Ω .

Prawidłowo opisane osie i przykładowy wykres przedstawia poniższy rysunek:



Rys. W. 3.

Punkty pomiarowe należy zaznaczać wyraźnie. Jeżeli w tych samych osiach sporządzamy dwa lub więcej wykresów, to punkty pomiarowe należące do jednego wykresu należy zaznaczać inaczej niż należące do drugiego wykresu (np.: + i x ).

Rozrzut punktów pomiarowych spowodowany jest błędami pomiarowymi. Ponieważ prawdopodobieństwo popełniania błędów dodatnich i ujemnych jest jednakowa, wykres prowadzimy pomiędzy punktami pomiarowymi tak aby po obu jego stronach znajdowało się mniej więcej tyle samo punktów pomiarowych. Uzyskujemy w ten sposób wykres w postaci tzw. krzywej gładkiej. Przynajmniej w trzech punktach pomiarowych zaznaczamy w skali wykresu popełnione błędy np. w powiększeniu wygląda to następująco:



Rys. W. 4.

W ten sposób wokół punktu pomiarowego uzyskujemy prostokąt. Punkt pomiarowy wskutek popełnianych błędów, nie musi znajdować się w środku tego prostokąta, może on znajdować się w dowolnym punkcie pola tego prostokąta. Jeżeli poprowadzona krzywa przechodzi przez pola błędów dla poszczególnych punktów pomiarowych, to oznacza to, że pomiary wykonane zostały prawidłowo. Do zaznaczenia błędów powinniśmy wybierać przede wszystkim te punkty, które najbardziej oddalone są od prowadzonej krzywej. Jeżeli podczas pomiarów zmieniała się wartość błędu (np. wskutek zmiany zakresu miernika), to każda nowa wartość błędu powinna być na wykresie zaznaczona.

Na wykresie mogą pojawić się punkty pomiarowe znacznie oddalone od krzywej. Pojawienie się takich punktów zostało spowodowane najprawdopodobniej popełnieniem tzw. błędów grubych. Do tych punktów pomiarowych należy ustosunkować się we wnioskach.

### **Punkt 10. Wnioski.**

Wnioski powinny dotyczyć przede wszystkim ustosunkowania się do znalezionych zależności pomiędzy badanymi wielkościami poprzez porównanie ich z zależnościami teoretycznymi, porównania otrzymanych wyników z wartościami tablicowymi i uzasadnienia ewentualnych rozbieżności. Wnioski należy również wyciągnąć z analizy błędów pomiarowych i ich wpływu na błąd wielkości obliczanej. Z analizy błędów wyniknąć mogą wnioski odnośnie metody pomiaru danej wielkości.

### **Punkt 11. Literatura**

Należy podać literaturę na podstawie której dokonywano analizy otrzymanych wyników z wynikami tablicowymi.