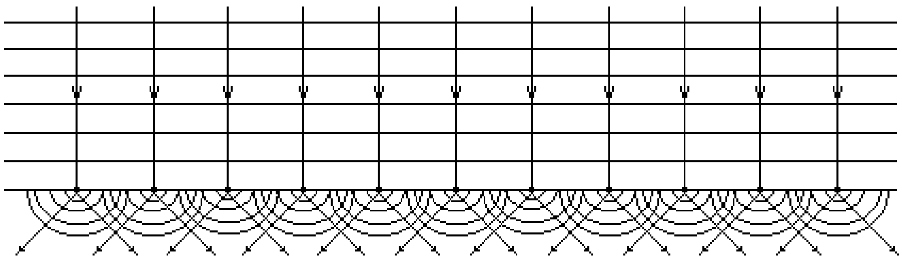
Ćwiczenie 46
DYFRAKCJA

Wstęp.

Każde odchylenie od prostoliniowego rozchodzenia się światła , które nie da się objaśnić zjawiskiem odbicia lub załamania nazywać będziemy dyfrakcją.

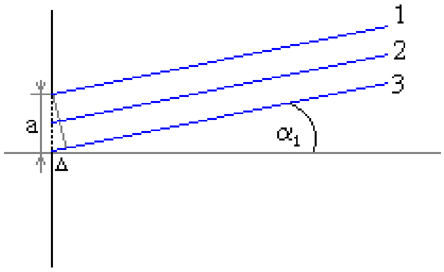
Wiązki równoległe (fale płaskie) ulegają dyfrakcji Fraunhofera, a wiązki biegnące dowolnie dyfrakcji Fresnela. Drugi przypadek jest ogólniejszy i zawiera w sobie również dyfrakcję Fraunhofera. W dalszych rozważaniach zajmiemy się dyfrakcją Fraunhofera. Zjawisko dyfrakcji nie da się oddzielić od interferencji. Dobrze je objaśnia zasada Huygensa: „Każdy punkt ośrodka, do którego dociera czoło fali płaskiej staje się źródłem nowej fali kulistej”. Na przykładzie fal mechanicznych zasadę tę ilustrujemy na rys. 1.



Rys. 1

Zasada Huygensa może być uogólniona na dowolną falę.

Rozważmy przypadek, gdy równoległa wiązka światła monochromatycznego pada na wąską szczelinę, a zgodnie z zasadą Huygensa, każdy punkt szczeliny stał się źródłem nowej fali. Na rysunku przedstawiamy tylko wybrane kierunki promieni ugiętych.



Rys. 2

Podzielmy szczelinę na dwie równe części. Jeżeli różnica dróg optycznych między 1 a 2 promieniem wynosi $\frac{\lambda}{2}$, wówczas

$$\Delta = \frac{a}{2}\sin\alpha_1 \qquad \text{i} \quad \Delta = \frac{\lambda}{2} \quad ,$$

stąd
$$\frac{\lambda}{2} = \frac{a}{2}\sin\alpha_1 \ ,$$

oraz $$\sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{a} \quad . \tag{1}$$

Jest to warunek na pierwsze minimum. Podobnie otrzymujemy warunki na drugie, trzecie, k-te minimum, jako :

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\lambda}{a} \quad , \tag{2'}$$

$$\sin\alpha_3 = \frac{3\lambda}{a} \quad , \tag{2''}$$

$$. \quad . \quad . \quad ,$$

$$. \quad . \quad . \quad ,$$

$$\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{a} \quad . \tag{2}$$

Aby otrzymać warunki na maksima należy szczelinę podzielić na nieparzystą liczbę części tak, aby różnica dróg optycznych między poszczególnymi częściami wynosiła $\frac{\lambda}{2}$, wówczas promienie z części sąsiednich zniosą się i pozostanie tylko wiązka z części ostatniej. Warunek na utworzenie pierwszego maksimum otrzymamy z zależności

$$\Delta = \frac{a}{3}\sin\beta_1 \, , \qquad \text{gdzie} \qquad \Delta = \frac{\lambda}{2} \, ,$$

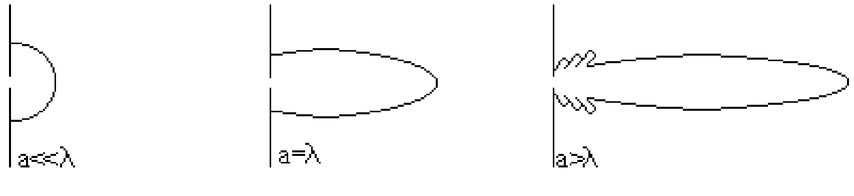
a stąd $$\sin\,\beta_1 = \frac{3\lambda}{2a} \quad .$$

A dla dowolnego prążka jasnego

$$\sin\beta_k = \frac{(2k+1)\lambda}{2a} \quad . \tag{3}$$

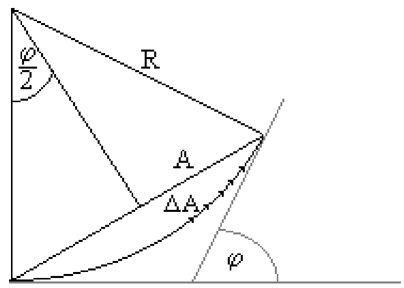
gdzie; k = 1, 2, 3,... .

Rozkład natężenia promieniowania za szczeliną uzależniony jest od rozmiarów szczeliny, co dobrze ilustruje rysunek 3.



Rys. 3

Zakładając, że szczelina składa się z N infinitezymalnych źródeł, z których każde daje amplitudę ΔA , oraz traktując każdą elementarną amplitudę jako wskaz, dodając geometrycznie otrzymamy amplitudę A.
Konstrukcję geometryczną przedstawia rys. 4



Rys. 4

Różnica faz φ odpowiadająca amplitudzie A jest równa

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\alpha \qquad (4)$$

dla dowolnego kąta α.

Z rysunku 4 łatwo zauważyć, że

$$\frac{A}{2} = R \sin\frac{\varphi}{2} \quad . \qquad (5)$$

Długość łuku utworzonego przez wskazy otrzymujemy z zależności na miarę łukową kąta

$$\frac{\breve{A}}{R} = \varphi \quad , \quad \text{stąd} \quad R = \frac{\breve{A}}{\varphi} \quad . \qquad (6)$$

Podstawiając wzór (6) do równania (5) i odpowiednio je przekształcając dostaniemy zależność

$$A = \breve{A}\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \quad . \qquad (7)$$

Natężenie promieniowania

$$I \sim A^2 \quad .$$

Zatem

$$I = I_o \left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right)^2 \quad ,$$

lub

$$I = I_o \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} a \sin\alpha\right)}{\frac{\pi}{\lambda} a \sin\alpha} \right]^2 . \qquad (8)$$

Kolejne minima pojawią się, gdy

$$\varphi = 2k\pi \quad ,$$

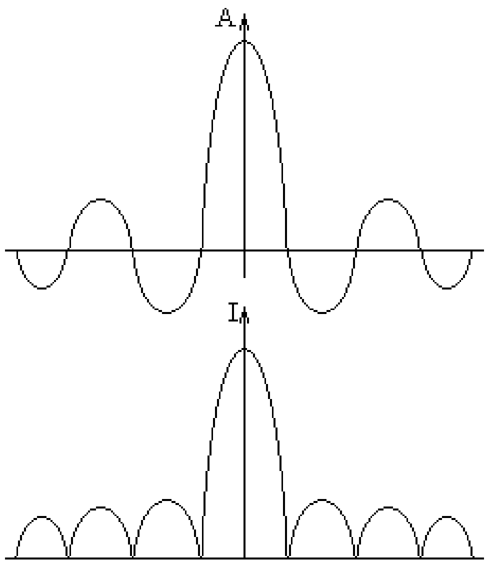
gdzie; k = 1, 2, 3 .... ,
czyli dla

$$\frac{2\pi}{\lambda} a \sin\alpha = 2k\pi \ ,$$

a stąd

$$\sin\alpha = \frac{k\lambda}{a} \ .$$

Funkcje opisane równaniami (7) i (8) przedstawiają odpowiednio wykresy na rys. 5.



Rys.5

Siatka dyfrakcyjna

Siatką dyfrakcyjną jest dowolny układ krawędzi odchylających, działający na zasadzie odbić lub transmisji. Najczęściej spotykanym typem siatki dyfrakcyjnej jest układ równoległych rys wykonanych na przezroczystym materiale.

Rozumowanie, które zostało przedstawione poprzednio dla pojedynczej szczeliny może być również powtórzone dla siatki.

Pierwsze minimum dostajemy, gdy zostanie spełniony warunek:

$$\frac{1}{2} Nd \sin\alpha_1' = \frac{\lambda}{2} \ , \qquad (9)$$

gdzie: N - oznacza liczbę rys na siatce, d - stałą siatki (przy czym d = a+b, gdzie a - szerokość rysy, b - odstęp między rysami).
Z równania (9) wynika

$$\sin\alpha_1' = \frac{\lambda}{Nd} \ . \qquad (10)$$

Podobnie kąt ugięcia dla minimum drugiego rzędu

$$\sin\alpha_2' = \frac{2\lambda}{Nd} \;,$$

a dla rzędu k'-tego

$$\sin\alpha_2' = \frac{k'\lambda}{Nd} \;.$$

Jeżeli k'=N, wówczas $\alpha_k' = \alpha_1$

a

$$\sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{d} \;. \qquad (11)$$

Warunek ten odpowiada maksimum głównemu pierwszego rzędu. Jeżeli $k' = 2N$, wówczas

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\lambda}{d} \;,$$

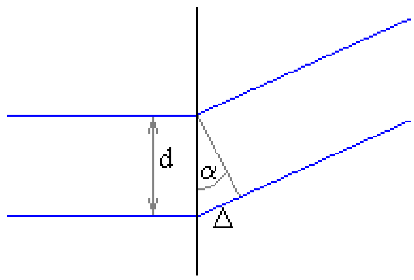
i jest to warunek na utworzenie maksimum głównego drugiego rzędu.

Jeżeli $k'=kN$, wówczas

$$\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{d} \qquad (12)$$

jest warunkiem na utworzenie maksimum głównego k-tego rzędu.

Warunki na utworzenie maksimów głównych możemy otrzymać prościej. Weźmy dwie szczeliny i rozważmy bieg promieni w wiązce równoległej po przejściu przez siatkę.



Rys.6

Z rysunku 6 łatwo zauważyć, że

$$\Delta = d\sin\alpha \;.$$

Aby po nałożeniu promieni ugiętych powstał jasny prążek interferencyjny różnica dróg optycznych musi być całkowitą wielokrotnością długości fali λ. Zatem

$$\Delta = k\lambda \;,$$

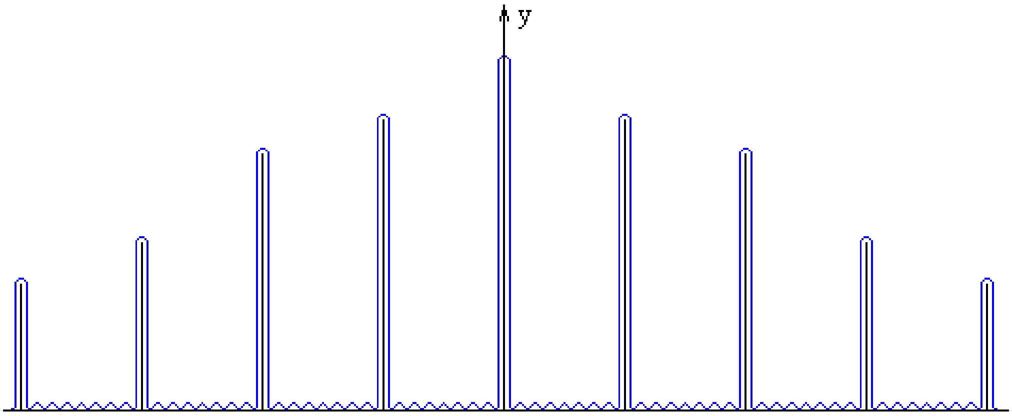
lub

$$k\lambda = d\sin\alpha \;,$$

a stąd

$$\sin\alpha = \frac{k\lambda}{d} \;. \qquad (13)$$

Otrzymaliśmy analogiczny warunek jak (12). Natężenie prążków zależy od liczby szczelin w siatce. Rozkład natężenia schematycznie przedstawia rys. 7.



Rys. 7

Zdolność rozdzielcza określa minimalną różnicę długości fali, która po ugięciu daje dwa różnorodne prążki. Aby to spełnić maksimum jednego powinno przypadać przynajmniej na minimum sąsiedniego prążka.

Oznaczmy długość fali pierwszej linii przez λ, a drugiej przez $\lambda+\delta\lambda$. Z definicji rozdzielczości wynika, że

$$\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{d} + \frac{\lambda}{Nd} \ .$$

Ale również

$$\sin\alpha_k = \frac{k}{d}\left(\lambda + \delta\lambda\right) \ ,$$

zatem

$$\frac{k}{d}\left(\lambda + \delta\lambda\right) = \frac{k\lambda}{d} + \frac{\lambda}{Nd} \ ,$$

stąd

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN \ . \qquad (14)$$

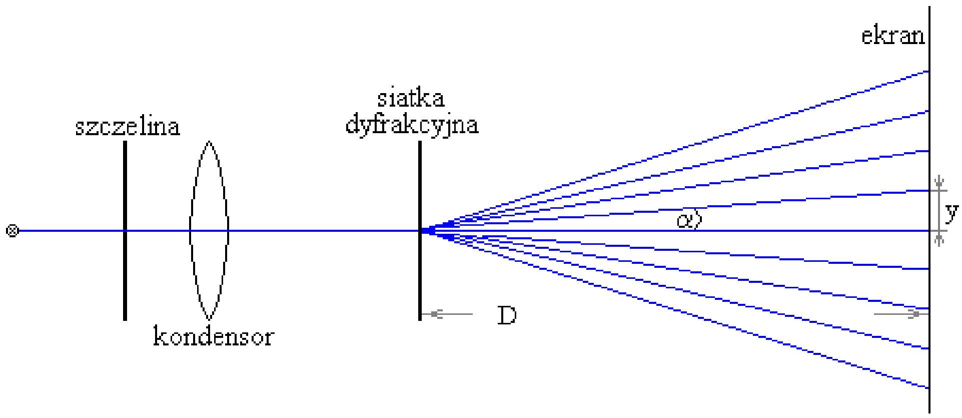
Ostatni związek jest miarą zdolności rozdzielczej siatki.

A. Pomiar stałej siatki i obliczanie zdolności rozdzielczej siatki

1. Wycechować okular mikrometryczny (patrz 43B).
2. Zmierzyć odstęp między 5,10,15,20,25,30 rysami.
3. Powtórzyć każdy z pomiarów z punktu 2 trzykrotnie.
4. Obliczyć stałą siatki dla każdego pomiaru oddzielnie.
5. Wyznaczyć odpowiednią średnią.
6. Wykonać rachunek błędów i przeprowadzić dyskusję wyników.
7. Zmierzyć szerokość siatki (przynajmniej 5-cio-krotnie z dokładnością do 0,1 mm. Pomiar wykonać pod mikroskopem.
8. Obliczyć zdolność rozdzielczą siatki dla widm 1, 2, ...k - rzędu.
9. Wykonać rachunek błędów i przeprowadzić dyskusję wyników.

B. Wyznaczanie długości fali przy pomocy siatki dyfrakcyjnej.

Światłem monochromatycznym oświetlamy szczelinę, której ostry obraz kierujemy na siatkę dyfrakcyjną. na ekranie otrzymamy paski symetrycznie położone względem punktu centralnego



Rys. 8

Kąt α jest kątem ugięcia. Łatwo zauważyć, że

$$tg\alpha = \frac{y}{D} \quad .$$

Ze wzoru (13) otrzymujemy

$$\lambda = \frac{d}{k} \sin\alpha \quad .$$

Ale

$$\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{\frac{y}{D}}{\sqrt{1+\frac{y^2}{D^2}}} = \frac{y}{\sqrt{D^2+y^2}} \quad ,$$

zatem

$$\lambda = \frac{d}{k}\frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}} \quad . \qquad (15)$$

Wykonanie pomiarów.

1. Zbudować zestaw jak na rysunku 8.
2. Wyznaczyć stałą siatki (patrz ćwiczenie A).
3. Wyznaczyć wartości D i y dla różnych rzędów z lewej i prawej strony prążka centralnego.

   Pomiary powtórzyć 5-ciokrotnie.
4. Zmienić odległość siatki D od ekranu i powtórzyć czynności z pktu 3.
5. Obliczyć długość fali ze wzoru (15) dla każdego pomiaru oddzielnie i wyznaczyć średnią.
6. Zmienić filtr lub źródło światła monochromatycznego i powtórzyć czynności z punktów 3, 4, 5.
7. Wykonać rachunek błędów i dyskusję wyników i błędów.

Literatura.

1. J.R. Meyrer - Arendt - Wstęp do optyki.
2. J.Orear - Fizyka t.2.
3. S.Szczeniowski - Fizyka doświadczalna t.4, Optyka.
4. A.Zawadzki, H.Hofmokl - Laboratorium fizyczne.
5. T.Dryński -Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki.